

# MATEMATIIKKA

## Matematiikkaa pintakäsittelijöille

### PAOJ 2.

Isto Jokinen 2013

## SISÄLTÖ

Pinta-alojen laskeminen

Tilavuuksien laskeminen

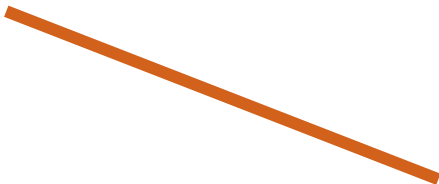
## PINTA-ALOJEN LASKEMINEN

Pintakäsittelyalan työtehtävissä on pinta-alojen laskeminen keskeisin osa matematiikasta. Sitä tarvitaan mm:

- Kun arvioidaan maalauskohteen ajan- ja materiaalien kulutusta
- Kun lasketaan maalaustyöstä, jonka hinta perustuu maalattuun pinta-alaan
- Kun lasketaan työntekijän palkkaa silloin kun palkkaan vaikuttaa maalattu pinta-ala
- Kun lasketaan pinnoituksessa tarvittavaa sähkövirtaa.

### Yksiulotteisuus

Pituusmitta on yksiulotteinen. Esim. kuvan viivan pituus on 0,08 metriä.



### Kaksiulotteisuus

Pinta-ala on kaksiulotteinen. Pinta-alan suuruus riippuu siitä miten ison alan pinta peittää. Esim. kuvan laatikon sivun pinta-ala on 0,002 m<sup>2</sup>.



Pinta-ala on pituusmitta toisessa potenssissa. Yleisin käytettävä pinta-alan yksikkö on m<sup>2</sup> eli neliömetri. Sitä käytetään mm.

- Ilmoitettaessa asuintilojen pinta-aloja
- Laskettaessa maalattavia pinta-aloja

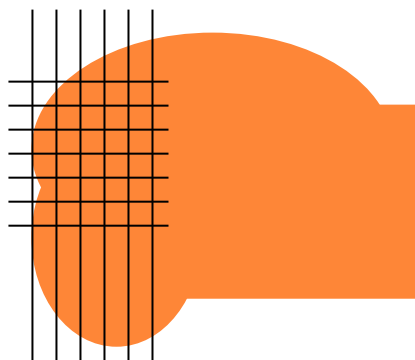
Muita yleisesti käytettäviä yksiköitä ovat dm<sup>2</sup>, cm<sup>2</sup>, mm<sup>2</sup> ja km<sup>2</sup>.

Maapinta-aloista käytetään usein myös yksiköitä hehtaari ( ha ) ja aari ( a ). 1 ha = 10000 m<sup>2</sup> ja 1 a = 100 m<sup>2</sup>

## MONIMUOTOISEN PINNAN PINTA-ALA

Monimuotoisen pinnan pinta-alaa ei voida laskea laskukaavalla, vaan sen pinta pitää paloittaa pieniin osiin ja laskea osien pinta-alat yhteen.

Esimerkki 1.



Pinta-ala voidaan laskea vain pienissä osissa, eikä koskaan täysin tarkkaan. Mitä pienempiin osiin ala paloitellaan, sitä tarkempi tulos saadaan.

## SÄÄNNÖNMUKAINEN PINTA-ALA

Säännönmukaisten pintojen pinta-alat voidaan laskea tarkasti laskukaavojen avulla.

Säännönmukaisia pintoja ovat mm: neliö, suorakulmio, kolmio, suunnikas, puoli-suunnikas, ympyrä, lieriö, kartio ja pyramidi

## MITTAYKSIKÖT PINTA-ALALASKUISSA

Piirustuksissa mitat ilmoitetaan millimetreinä ellei toisin ole ilmoitettu. Pinta-alaa laskettaessa on millimetrimitat muutettava ennen pinta-alan laskemista siihen pituusyksikköön jonka neliönä pinta-alan tulos halutaan.

Esimerkiksi jos mitat on annettu millimetreinä ja tulos halutaan neliömetreinä, niin millimetrimitat muutetaan ensin metreiksi ja tämän jälkeen pinta-ala lasketaan näistä metrimitoista.

Taulukko 2. Mittayksiköistä toisiksi:

## MILLIMETREISTÄ METREIKSI

1 m = 1000 mm, joten millimetrimitta muutetaan metrimitaksi jakamalla se tuhannella. Esimerkkejä muunnoksista alla olevassa taulukossa.

| mm     | m      |
|--------|--------|
| 1000   | 1      |
| 1800   | 1,8    |
| 15200  | 15,2   |
| 110000 | 110    |
| 825    | 0,825  |
| 22,5   | 0,0225 |
| 2,2    | 0,0022 |

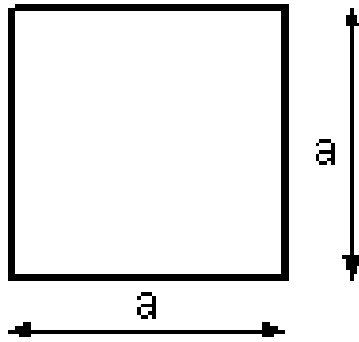
## MITTAYKSIKÖISTÄ TOISIKSI

Pituusyksiköjä cm ja dm käytetään yleisesti, vaikka niiden käyttöä tulisi pyrkiä välttämään. Taulukossa 2. yleisimpiä mittayksiköjä muunnettuna metreiksi.

| km                  | m                    | dm     | cm    | mm    | um               |
|---------------------|----------------------|--------|-------|-------|------------------|
| $18 \cdot 10^{-6}$  | $0,18 \cdot 10^{-3}$ | 0,0018 | 0,018 | 0,18  | 180              |
| $4,2 \cdot 10^{-3}$ | 0,0042               | 0,042  | 0,42  | 4,2   | 4200             |
| $15 \cdot 10^{-3}$  | 0,015                | 0,15   | 1,5   | 15    | 1500             |
| $0,2 \cdot 10^{-3}$ | 0,2                  | 2      | 20    | 200   | 200000           |
| 0,0015              | 1,5                  | 15     | 150   | 1500  | $1,5 \cdot 10^6$ |
| 0,021               | 21                   | 210    | 2100  | 21000 | $21 \cdot 10^6$  |

## NELIÖN PINTA-ALAN LASKEMINEN

Neliössä kaikki sivut ovat saman mittaisia ja kulmat suoria.



Neliön pinta-ala lasketaan kaavalla:

$$A = a^2$$

Esimerkki 2.

Neliön sivun pituus on 3,2 metriä. Mikä on neliön pinta-ala?

$$A = (3,2m)^2 = 10,24m^2$$

Esimerkki 3.

Rakennuspiirustuksessa vaatehuone on neliön muotoinen ja sivujen mitta on 800. Mikä vaatehuoneen pinta-ala on yksikössä m<sup>2</sup>?

$$A = (0,8m)^2 = 0,64m^2$$

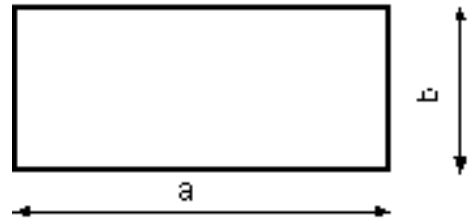
Esimerkki 4.

Neliönmuotoisen pihavaraston pinta-ala voi olla 9,9 m<sup>2</sup>. Mikä on varaston sivujen pituus?

$$a = \sqrt{A} = \sqrt{9,9m^2} = 3,146m$$

## SUORAKULMION PINTA-ALAN LASKEMINEN

Suorakulmiossa kulmat ovat suoria ja sivuparit keskenään samanmittaisia.



Suorakulman pinta-ala lasketaan kaavalla:

$$A = a \times b$$

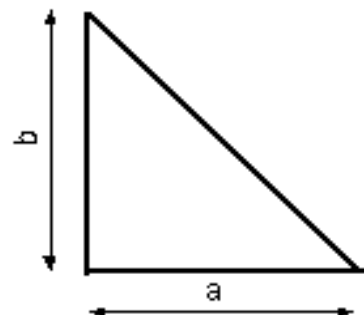
Esimerkki 5.

Suorakulmaisen pihan mitat ovat 12500×28000. Mikä on pihan pinta-ala?

$$A = 12,5m \times 28m = 350m^2$$

## KOLMION PINTA-ALAN LASKEMINEN

Suorakulmaisessa kolmiossa on suorasta kulmasta alkavat kateetit ja niiden toisia päitä yhdistävä hypotenuusa.



Suorakulmaisen kolmion pinta-ala lasketaan kaavalla:

$$A = \frac{a \times b}{2}$$

Esimerkki 6.

Suorakulmaisen kolmion sivujen pituudet ovat 1200 ja 800. mikä on kolmion pinta-ala?

$$A = \frac{1,2m \times 0,8m}{2} = 0,48m^2$$

Esimerkki 7.

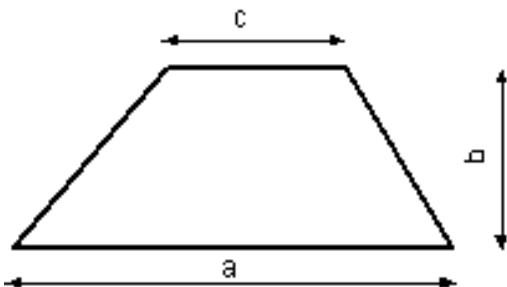
Suorakulmaisen kolmion pinta-ala on 18 m<sup>2</sup> ja korkeus 1,5 m. Mikä on kolmion leveys?

$$A = \frac{a \times b}{2} \rightarrow b = \frac{2 \times A}{a}$$

$$b = \frac{2 \times 18m^2}{1,5m} = 24m$$

## SUUNNIKKAAN PINTA-ALAN LASKEMINEN

Suunnikkaassa sivut a ja c ovat keskenään samansuuntaisia. Sivun b on sivujen a ja c etäisyys.



Suunnikkaan pinta-ala lasketaan kaavalla:

$$A = \frac{a + c}{2} \times b$$

Esimerkki 8.

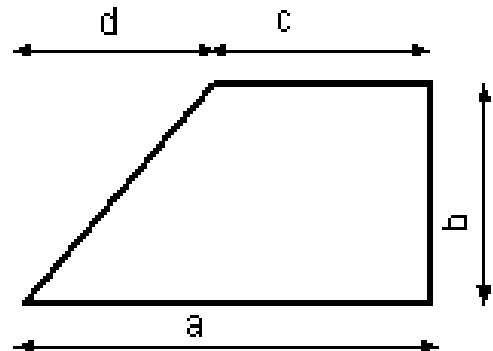
Suunnikkaan sivujen pituudet ovat: a=180, b=60 ja c= 260. Mikä on suunnikkaan pinta-ala?

$$A = \frac{0,18m + 0,26m}{2} \times 0,06m = 0,0132m^2 = 1,32dm^2$$

## PUOLISUUNNIKKAAN PINTA-ALAN LASKEMINEN

Puolisuunnikkaassa sivut a ja c ovat samansuuntaisia. Sivun b on suorassa kulmassa sivuihin a ja c nähden.

Kuva: Puolisuunnikas



Puolisuunnikkaan pinta-ala voidaan laskea kaavalla:

$$A = a \times b - \frac{b \times d}{2} \text{ tai}$$

$$A = a \times b - \frac{a - c}{2} \times b$$

Esimerkki 9.

Puolisuunnikkaan mitat ovat:

$a=1500$ ;  $b=800$ ;  $c=1000$ . Mikä on puolisuunnikkaan ala?

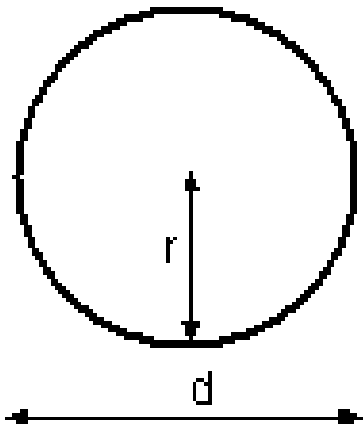
$$d = a - c = 1500 - 1000 = 500$$

$$A = 1,5m \times 0,8m - \frac{0,8m \times 0,5m}{2} = 1m^2$$

## YMPYRÄN ALA

Ympyrän pinta-ala voidaan laskea joko ympyrän halkaisijan tai säteen avulla.

Ympyrän säde (  $r$  ) on  $\frac{1}{2}$  ympyrän halkaisijasta (  $d$  ).



$$d = 2 \times r$$

$$A = \pi \times r^2$$

tai

$$A = \frac{\pi \times d^2}{4}$$

Esim. 10. Ympyrän halkaisija on  $35 \text{ m}^2$ . Mikä on sen pinta-ala?

$$A = \frac{\pi \times (35m)^2}{4} = 962m^2$$

## YMPYRÄN PIIRI

Ympyrän piiri (  $P$  ) on:

$$P = \pi \times d$$

Esim. 11. Ympyrän ala on  $120 \text{ m}^2$ . Mikä on sen halkaisija ja piiri?

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \rightarrow d^2 = \frac{4 \times A}{\pi} \rightarrow$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \times 120m^2}{\pi}} = 12.36m^2$$

$$P = \pi \times d = 38,83m$$

Esim. 12. Ympyrän piiri on  $400m$ . Mikä on ympyrän pinta-ala, säde ja halkaisija?

$$P = \pi \times d \rightarrow d = \frac{P}{\pi}$$

$$d = \frac{400m}{\pi} = 127,32m$$

$$r = \frac{d}{2} = \frac{127,32m}{2} = 62,66m$$

$$A = \pi \times r^2 = \pi \times (62,66m)^2 = 12732m^2$$

## PINTA-ALAYKSIKKÖJEN MUUNTAMINEN

Pinta-alaa laskettaessa on laskun tulos annettava siinä yksikössä missä se halutaan. Jos yksikköä ei erikseen mainita annetaan vastaus neliömetreinä. Metallipinnoitustöissä käytetään usein yksikköä  $\text{dm}^2$ . Muita käytetään hyvin harvoin.

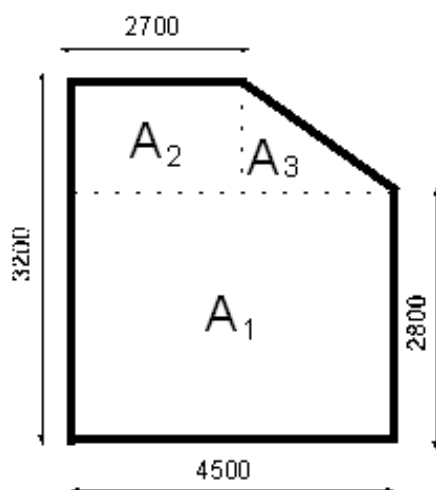
Muunnettaessa pinta-alayksikköä pilkku siirtyy aina kahden numeron yli.

| $\text{m}^2$ | $\text{dm}^2$ | $\text{cm}^2$      | $\text{mm}^2$      |
|--------------|---------------|--------------------|--------------------|
| 0,031        | 3,1           | 310                | $31 \times 10^3$   |
| 0,72         | 72            | 7200               | $720 \times 10^3$  |
| 1,2          | 120           | 12000              | $1,2 \times 10^6$  |
| 45           | 4500          | $45 \times 10^3$   | $4,5 \times 10^6$  |
| 607          | 60700         | $6,07 \times 10^6$ | $6,07 \times 10^8$ |

## PINTA-ALAN JAKAMINEN

Usein pinta-alaa ei voida laskea suoraan koska se voi muodostua useasta osasta tai sitten ulkomitoista pitää vähentää pinnan osia.

Esim. 13. Pinta jaetaan osiin jotka voidaan laskea erikseen.



Huoneen lattia jaetaan kolmeen osaan joiden pinta-alat voidaan laskea erikseen laskukaavojen avulla. Lopuksi osat summataan yhteen.

Piirustuksiin merkitään tarpeellinen määrä mittoja, mutta ei kaikkia. Annettujen mittojen avulla voidaan kuitenkin loput mitat laskea. Tässä tapauksessa  $A_1$  voidaan laskea suoraan annetuista mitoista.  $A_2$  ja  $A_3$ :n laskemiseen sen sijaan tarvitaan sivujen mittojen omaa laskemista.  $A_2$ :n pystysuoramitta on 3,2m-2,8m.  $A_3$ :n pystysuoramitta on 3,2m-2,8m ja vaakasuoramitta 4,5m-2,7m.

Lattian pinta-ala on:

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A_1 = 4,5\text{m} \times 2,8\text{m} = 12,6\text{m}^2$$

$$A_2 = 2,7\text{m} \times 0,4\text{m} = 1,08\text{m}^2$$

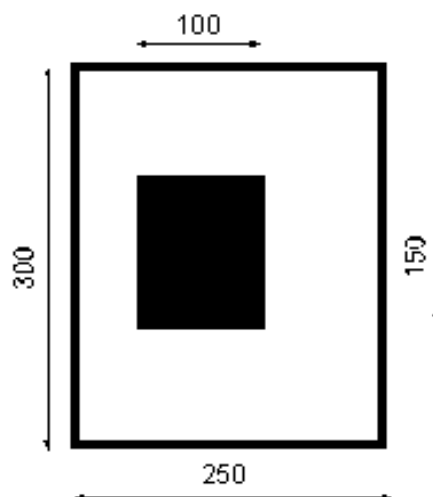
$$A_3 = 1,8\text{m} \times 0,4\text{m} : 2 = 0,36\text{m}^2$$

$$A = 12,6\text{m}^2 + 1,08\text{m}^2 + 0,36\text{m}^2 = 14,04\text{m}^2$$

## OSIEN VÄHENTÄMINEN PINTA-ALASTA

Maalattavassa tuotteessa voi olla reikiä joita ei maalata. Huoneiden seinissä voi olla ovia ja ikkunoita joita ei lasketa maalattavaan pinta-alaan. Tällöin on järkevää laskea ulkopinta-ala ja vähentää siitä pinnat joita ei maalata.

Esim. 14. Laske kuvan levyn pinnoitettava pinta-ala. Musta osa on aukko pinnassa.



$$A = A_{ulkomitat} - A_{aukko}$$

$$A_{ulkomitat} = 0,3m \times 0,25m = 0,075m^2$$

$$A_{aukko} = 0,1m \times 0,15m = 0,015m^2$$

$$A = 0,075m^2 - 0,015m^2 = 0,06m^2 = 6dm^2$$

Edellisissä esimerkeissä laskettavat pinta-alat olivat yhdessä tasossa ( tasogeometria ).

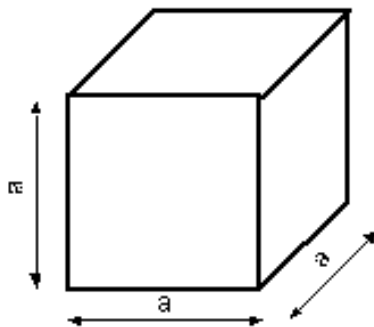
## KOLMIULOTTEISET KAPPALEET

Hyvin usein joudutaan laskemaan pinta-aloja kolmiulotteisista kappaleista. Näitä ovat mm. kuutio, suorakulmainen särmiö, ”kiila”, pyramidi, pallo, puolipallo ja lieriö. Pinta-aloja lasketaan usein myös ”profiileista” joita ovat mm. lauta, lista, putki ja erilaiset palkit.

## KUUTION PINTA-ALA

Kuutiossa on kuusi pintaa jossa kaikki sivut ovat saman mittaisia:

Kuva: Kuutio



Kuution sivujen yhteenlaskettu pinta-ala on:

$$A = 6 \times a^2$$

Esimerkki 15. Laske kuution pinta-ala yksiköissä  $m^2$  ja  $dm^2$  kun sen sivun pituus on 600.

a) Yksikössä  $m^2$ :

$$A = 6 \times (0,6m)^2 = 2,16m^2$$

b) Yksikössä  $dm^2$ :

$$A = 6 \times (6dm)^2 = 216dm^2$$

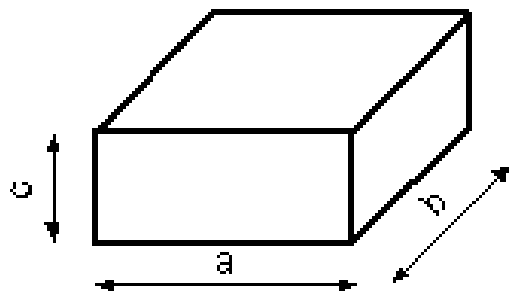
Esimerkki 16. Kuution pinta-ala on  $1,215m^2$ . Mikä on kuution sivun pituus?

$$A_{kuutio} = 6 \times a^2 \rightarrow a = \sqrt{\frac{A_{kuutio}}{6}} = 0,45m$$

## SUORAKULMAISEN SÄRMIÖN PINTA-ALA

Suorakulmaisessa särmiössä on kolme keskenään identtistä sivuparia ja yhteensä 6 sivua.

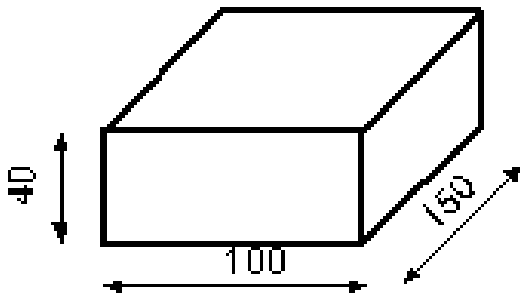
Kuva. Suorakulmainen särmiö



Suorakulmaisen särmiön sivujen yhteenlaskettu pinta-ala on.

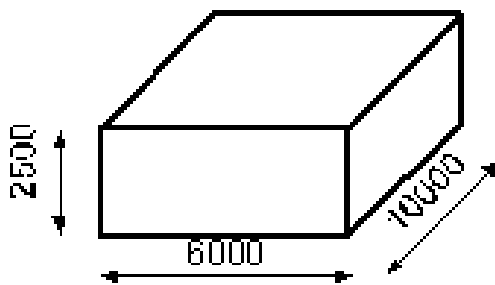
$$A = 2 \times (a \times b + a \times c + b \times c)$$

Esimerkki 16: Laske kuvan suorakulmaisen särmiön pinta-ala yksikössä  $dm^2$ .



$$A = 2 \times (1dm \times 0,4dm + 1dm \times 1,5dm + 1,5dm \times 0,4dm) = 5dm^2$$

Esimerkki 17: Laske kuvan suorakulmaisen särmiön pinta-ala yksikössä  $m^2$ .

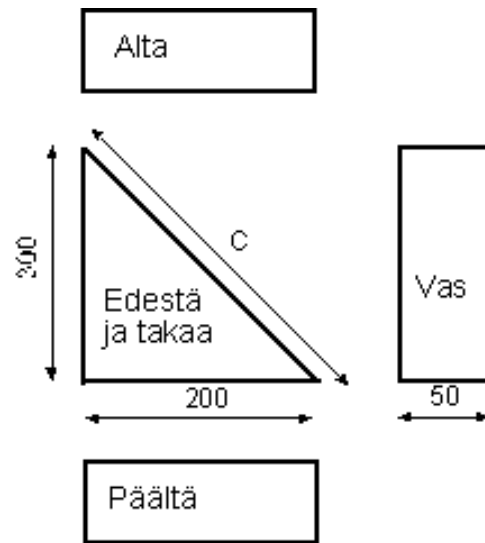


$$A = 2 \times (6m \times 2,5m + 6m \times 10m + 2,5m \times 10m) = 200m^2$$

## KOLMIOSÄRMIÖN PINTA-ALA

Kolmiosärmiöllä tarkoitetaan suorakulmaista särmiötä joka on puolitettu kahteen osaan niin, että sivusta katsottuna se näyttää kolmiolta. Sillä on viisi pintaa, joista kolme on suorakulmion muotoisia ja kaksi kolmion muotoisia. Jos kolmion hypotenuusan mittaa ei ole annettu on se laskettava Pythagoraan - lauseen avulla, jotta yhden suorakulmio pinta saadaan laskettua. Kahden muun suorakulmion ja kolmioiden pinta-alat saadaan laskettua suoraan.

Esimerkki 18. Laske kuvan kiilan sivujen kokonaispinta-ala yksikössä  $dm^2$ .



Kolmiosärmiö on kuvattu piirustuksessa yhdensuuntaisprojektioina. Sivuja vasemmalta, päältä ja alta on kutakin vain yksi. Sivut edestä ja takaa ovat keskenään samanlaisia. Alat lasketaan erikseen :

$$A_{vasemmalta} = 3dm \times 0,5dm = 1,5dm^3$$

$$A_{alta} = 2dm \times 0,5dm = 1dm^2$$

$$A_{edestä+takaa} = 2 \times \frac{2dm \times 3dm}{2} = 6dm^2$$

$A_{päältä}$  on hankalampi laskea, koska se on  $c \times 0,5 dm$ . Mittaa  $c$  ei ole annettu. Se voidaan laskea ainoastaan Pythagoraan lauseen avulla, joka on:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$c$ :ksi saadaan:

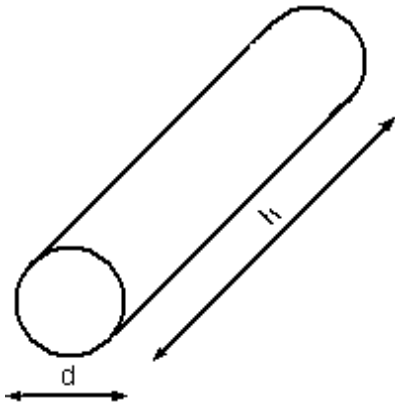
$$c = \sqrt{(2dm)^2 + (3dm)^2} = \sqrt{13dm^2} = 3,6dm$$

$$A_{päältä} = 3,6dm \times 0,5dm = 1,8dm$$

$$A_{yhteensä} = (1,5 + 1 + 6 + 1,8)dm^2 = 10,3dm^2$$

## LIERIÖN PINTA-ALA

Kuva: Lieriö



$$A = \pi \times d \times h$$

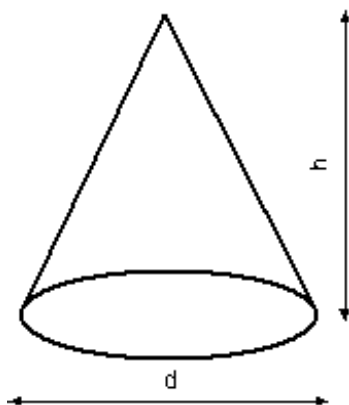
Lieriön pituuden symbolina käytetään usein myös  $l$ :ää ja  $s$ :ää. Putken pinta-ala on sama kuin lieriön pinta-ala.

Esimerkki 19. Putken ulkohalkaisija on 150 ja pituus 12 metriä. Mikä on putken pinta-ala?

$$A = \pi \times 0,15m \times 12m = 5,65m^2$$

## KARTION PINTA-ALA

Kuva. Kartio



Kartiolla on vaippa ja pohja. Pohjan pinta-ala lasketaan ympyrän pinta-alana ( $A = \pi \times r^2$ ).

Vaipan pinta-ala lasketaan kaavalla:

$$A = \pi \times r \times h$$

Esimerkki 20. Mikä on kartion vaipan pinta-ala kun sen halkaisija on 85 cm ja korkeus 1,15 m.

$$A = \pi \times 0,425m \times 1,15m = 1,54m^2$$

## PALLON PINTA-ALA

Kuva: Pallo



Pallon pinta-ala lasketaan kaavalla:

$$A = 4 \times \pi \times r^2$$

Esimerkki 21. Mikä on pallon pinta-ala kun sen halkaisija on 1 m?

$$A = 4 \times \pi \times (0,5m)^2 = 3,14m^2$$

Esimerkki 22. Mikä on pallon säde jos sen pinta-ala on  $200m^2$ :ä?

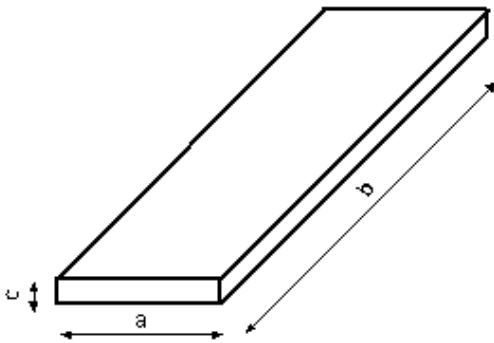
$$A = 4 \times \pi \times r^2 \rightarrow$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{4 \times \pi}} = \sqrt{\frac{200m^2}{4 \times \pi}} = 3,99m$$

## PROFIILILIEN PINTA-ALAT

Profiilien pinta-ala lasketaan kertomalla niiden piiri profiilin pituudella. Usein piiri on annettu yksikössä mm ja pituus yksikössä m. Profiileilla on myös päät, joilla on oma pinta-alansa. Päiden pinta-ala on kuitenkin sivuihin nähden niin pieni ettei sitä tarvitse laskea ellei erikseen pyydetä.

Esimerkki 23. Kuvan lautoja on 25 kpl. Mikä on lautojen pinta-ala? Päitä ei tarvitse laskea.



$$a = 250, \quad b = 3300, \quad c = 28$$

$$P = 2 \times (0,25m + 0,028m) = 0,556m$$

$$A_{\text{lauta}} = 0,556m \times 3,3m = 1,8348m^2$$

$$A_{\text{kok}} = 25 \times 1,8348m^2 = 45,9m^2$$

Esimerkki 24. Putken ulkohalkaisija on 14 mm ja pituus 12 m. Mikä on putken pinta-ala yksikössä dm<sup>2</sup>?

$$A = \pi \times 0,14dm \times 120dm = 52,8dm^2$$

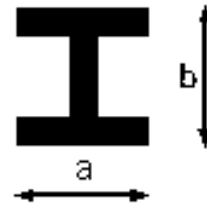
Esimerkki 25. Putken pinta-ala on 10m<sup>2</sup> ja sen pituus on 50 metriä. Mikä on putken halkaisija?

$$A_{\text{putki}} = \pi \times d \times l \rightarrow$$

$$d = \frac{A_{\text{putki}}}{\pi \times l} = \frac{10m^2}{\pi \times 50m} = 63,7mm$$

## I-PALKIN PINTA-ALA

Kuva: I-palkki



I-palkin piiri voidaan laskea kaavalla:

$$P = 4 \times a + 2 \times b$$

Laskutapa ei anna aivan tarkkaa tulosta, koska se ei ota huomioon palkin seinämän paksuutta. Jos tuloksesta vähennetään 2 kertaa palkin seinämän paksuus on tulos tarkka. Yleensä edellinen laskukaava antaa maalaus- tai pinnoituspinta-alojen laskentaan riittävän tarkan tuloksen.

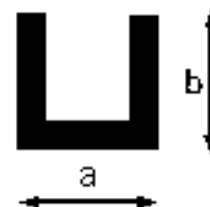
Esimerkki 26. I-palkin korkeus on 200, leveys 150 ja pituus 6m. Mikä on palkin ala? Päiden alaa ei huomioida.

$$P = 4 \times 0,15m + 2 \times 0,2m = 1m$$

$$A = 1m \times 6m = 6m^2$$

## U-PALKIN PINTA-ALA

Kuva: U-palkki



U-palkin piiri voidaan laskea kaavalla:

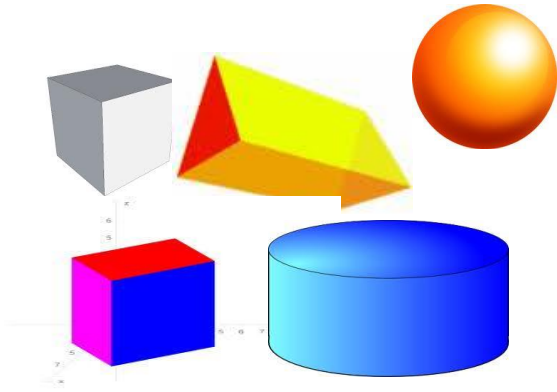
$$P = 2 \times a + 4 \times b$$

## TILAVUUSLASKENTA

Esineet ovat aina kolmiulotteisia. Kolmiulotteisuudesta johtuen niillä on tilavuus. Yksinkertaisten muotoisten esineiden tilavuus voidaan laskea laskukaavojen avulla. Monimuotoisten tilavuutta ei voida suoraan laskea.

Tilavuuden yksiköt ovat pituusmittoja kolmannessa potenssissa; esim.  $m^3$ ,  $dm^3$ ,  $cm^3$  ja  $mm^3$ . Tilavuusyksikköjä joudutaan usein muuntamaan. Muunnoksissa pilkku siirtyy aina 3 askelta. Esimerkiksi  $300 dm^3$  on  $0,3 m^3$  ja myös  $300000 cm^3$ .

Kolmiulotteisia muotoja



### Tilavuusmittojen muuntaminen

| $m^3$    | $dm^3$ (l) | $cm^3$ (ml) | $mm^3$ ( $\mu l$ ) |
|----------|------------|-------------|--------------------|
| 2        | 2000       | 2000000     | 2000000000         |
| 0,0015   | 1,5        | 1500        | 1500000            |
| 0,000004 | 0,0049     | 4,9         | 4900               |

Yleisimmin käytettyjä yksiköitä ovat  $m^3$ , l ja ml.

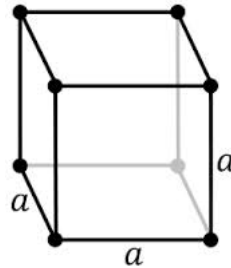
## KUUTION TILAVUUS

Kuution tilavuus:  $V = a^3$ .

Esimerkki 26. Kuution sivun pituus on 1300. Mikä on sen tilavuus yksikössä  $m^3$ ?  
Vastaus: Pituusmitta muutetaan yksikköön metri, jolloin vastaus saadaan suoraan yksikössä  $m^3$ .

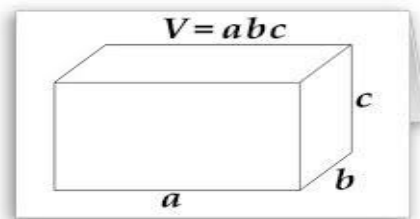
$$V = (1,3m)^3 = 2,197m^3$$

Esimerkki 27. Kuution tilavuus on 400 litraa. Mikä on kuution sivun pituus.



$$a = \sqrt[3]{400dm^3} = 7,37dm$$

## SUORAKULMAISEN SÄRMIÖN TILAVUUS



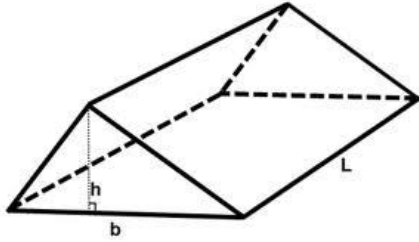
Suorakulmaisen särmiön tilavuus lasketaan kertomalla sivujen pituudet keskenään, eli

$$V = a \times b \times c$$

Esimerkki 28. Laske suorakulmaisen särmiön tilavuus kun:  $a = 1200$ ,  $b = 600$  ja  $c = 800$

$$V = 1,2m \times 0,6m \times 0,8m = 0,576m^3$$

### KOLMIOSÄRMIÖN TILAVUUS



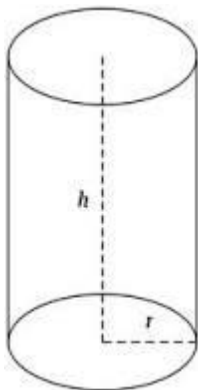
Kolmiosärmiön tilavuus lasketaan kaavalla:

$$V = \frac{L \times b \times h}{2}$$

Esimerkki 29. Kuvan kolmiosärmiön mitat ovat:  $L = 20000$ ,  $b = 8000$ ,  $h = 4000$ . Mikä on sen tilavuus?

$$V = \frac{20m \times 8m \times 4m}{2} = 320m^3$$

### LIERIÖN TILAVUUS



Lieriön tilavuus lasketaan kaavalla

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

Esimerkki 30. Lieriön korkeus on 800 ja halkaisija 400. Mikä on sen tilavuus yksikössä litra ( $dm^3$ )?

$$r = 2dm;$$

$$h = 8dm$$

$$V = \pi \times (2dm)^2 \times 8dm = 100,5dm^3 \approx 100l$$

### PALLON TILAVUUS

Pallon tilavuus lasketaan kaavalla:

$$V_{pallo} = \frac{4 \times \pi \times r^3}{3}$$

tai

$$V_{pallo} = \frac{\pi \times d^3}{6}$$

Esimerkki 31. Pallon halkaisija on 50 mm. Mikä on sen tilavuus litroina?

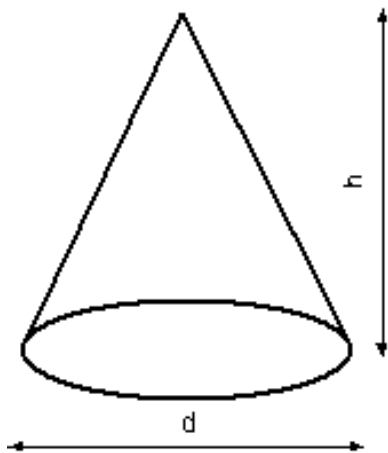
$$V_{pallo} = \frac{\pi \times 0,5dm^3}{6} = 0,065dm^3$$

Esimerkki 32. Pallon tilavuus on 100 l . Mikä on sen halkaisija?

$$V_{pallo} = \frac{\pi \times d^3}{6} \rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{V \times 6}{\pi}}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{100dm^3 \times 6}{\pi}} = 5,76dm = 576mm$$

## KARTION TILAVUUS



Kartion tilavuus saadaan laskukaavalla:

$$V_{\text{kartio}} = \frac{\pi \times d^3 \times h}{12}$$

Esimerkki 33. Kartion korkeus on 800 ja halkaisija 600. mikä on sen tilavuus litroina?

$$V_{\text{kartio}} = \frac{\pi \times (6dm)^3 \times 8dm}{12} = 75,4dm$$

Esimerkki 34. Kartion tilavuus on 10 litraa ja halkaisija 30 cm. Mikä on sen korkeus?

$$V_{\text{kartio}} = \frac{\pi \times d^3 \times h}{12} \rightarrow h = \frac{V \times 12}{\pi \times d^3}$$

$$h = \frac{10dm^3 \times 12}{\pi \times (3dm)^3} = 4,24dm = 424mm$$

## PINNOTTEIDEN TILAVUUS

Pinnassa olevan pinnoitteen tilavuus on sen

$V = 8m^2 \times 0,003m = 0,024m^3 = 24l$   
peittämä pinta-ala kerrottuna pinnoitteen paksuudella.

Esimerkki 35. Lattian pinta-ala on 8 m<sup>2</sup>. Lattian päälle levitetään 3 mm tasoitetta. Mikä on tasoitteen tilavuus litroina?

Laskettaessa tasoitteiden kulutusta voidaan käyttää muistisääntöä.

$$\text{Kulutus ( l )} = A \text{ (m}^2\text{)} \cdot \text{paksuus ( mm )}$$

Esimerkki 36. Lattian ala on 12 m<sup>2</sup> ja sille levitetään tasoitetta 4,5 mm. Paljonko tasoitetta kuluu litroina?

$$V = 12m^2 \times 4,5mm = 54l$$

## MAALIKALVON TILAVUUS

$$V = 80m^2 \times 0,00003m = 0,0024m^3$$

Pinnassa olevan maalikalvon tai metallipinnoitteen tilavuus on sen peittämä pinta-ala kerrottuna pinnoitteen paksuudella.

Esimerkki 37. Teräslevyjen pinta-ala on 80 m<sup>2</sup>. Niiden päälle levitetään 30 µm sinkkiä. Mikä on sinkin tilavuus litroina?

Laskettaessa maalien ja metallipinnoitteiden kulutusta voidaan käyttää muistisääntöä.

$$\text{Kulutus ( l )} = A \text{ (m}^2\text{)} \cdot \text{paksuus (µm )} / 1000$$

Esimerkki 38. Lattian ala on  $12 \text{ m}^2$  ja sille levitetään tasoitetta  $120 \text{ }\mu\text{m}$  maalikerros. Paljonko maalia kuluu litroina?

$$V = \frac{12 \text{ m}^2 \times 120 \mu\text{m}}{1000} = 1,44 \text{ l}$$