

MATEMATIIKKA

Matematiikkaa pintakäsittelijöille

PAOJ 2.

Isto Jokinen 2013

SISÄLTÖ

1. Pinta-alojen laskeminen
2. Tilavuuksien laskeminen

PINTA-ALOJEN LASKEMINEN

- Pintakäsittelyalan työtehtävissä on pinta-alojen laskeminen keskeisin osa matematiikasta. Sitä tarvitaan mm:
 1. Kun arvioidaan maalauskohteen ajan- ja materiaalien kulutusta
 2. Kun lasketaan maalaustyöstä, jonka hinta perustuu maalattuun pinta-alaan
 3. Kun lasketaan työntekijän palkkaa silloin kun palkkaan vaikuttaa maalattu pinta-ala
 4. Kun lasketaan pinnoituksessa tarvittavaa sähkövirtaa.



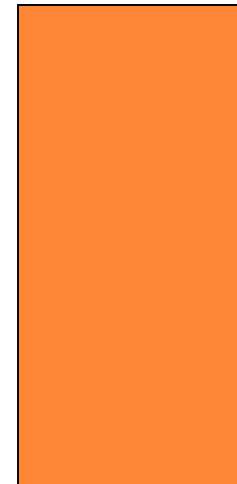
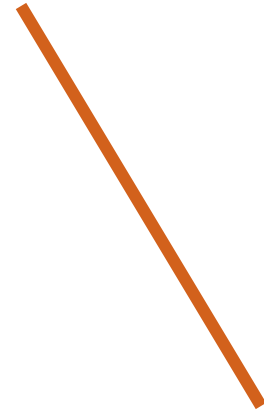
PINTA-ALOJEN LASKEMINEN

- Yksiulotteisuus

Pituusmitta on yksiulotteinen. Esim. kuvan viivan pituus on 0,08 metriä.

- Kaksiulotteisuus

Pinta-ala on kaksiulotteinen. Pinta-alan suuruus riippuu siitä miten ison alan pinta peittää. Esim. kuvan laatikon sivun pinta-ala on $0,002 \text{ m}^2$.



PINTA-ALOJEN YKSIKÖITÄ

- Pinta-ala on pituusmitta toisessa potenssissa.
- Yleisin käytettävä pinta-alan yksikkö on m^2 eli neliömetri. Sitä käytetään mm.
 - Ilmoitettaessa asuintilojen pinta-aloja
 - Laskettaessa maalattavia pinta-aloja
- Muita yleisesti käytettäviä yksiköitä ovat dm^2 , cm^2 , mm^2 ja km^2 . Maapinta-aloista käytetään usein myös yksiköitä hehtaari (ha) ja aari (a).
 $1 \text{ ha} = 10000 \text{ m}^2$ ja $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$.

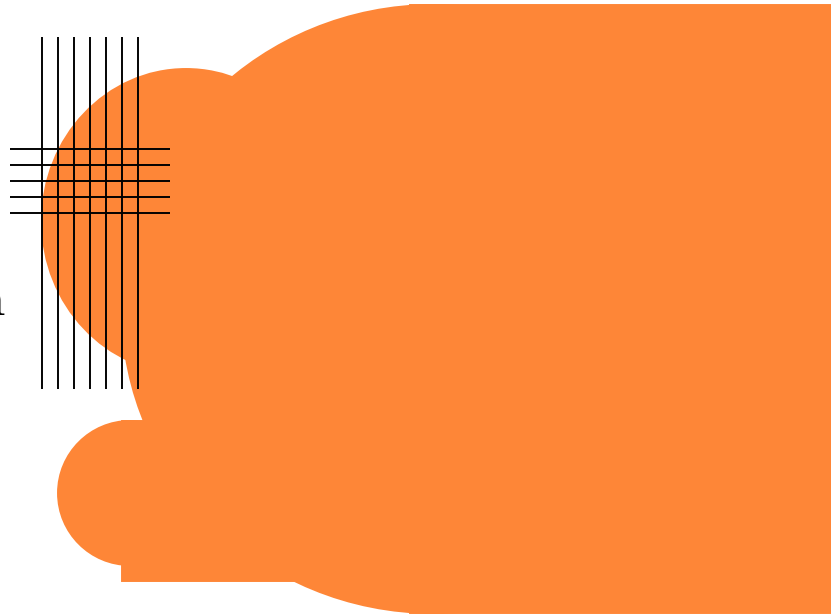


MONIMUOTOISEN PINNAN PINTA-ALA

- Monimuotoisen pinnan pinta-alaa ei voida laskea laskukaavalla, vaan sen pinta pitää paloitella pieniin osiin ja laskea osien pinta-alat yhteen.

- Esimerkki 1.

Pinta-ala voidaan laskea vain pienissä osissa, eikä koskaan täysin tarkkaan. Mitä pienempiin osiin ala paloitellaan, sitä tarkempi tulos saadaan.



SÄÄNNÖNMUKAINEN PINTA-ALA

- Säännönmukaisten pintojen pinta-alat voidaan laskea tarkasti laskukaavojen avulla.

Säännönmukaisia pintoja ovat mm:

- Neliö
- Suorakulmio
- Kolmio
- Suunnikas
- Puolisuunnikas
- Ympyrä
- Lieriö
- Kartio
- Pyramidi



MITTAYKSIKÖT PINTA-ALALASKUISSA

- Piirustuksissa mitat ilmoitetaan millimetreinä ellei toisin ole ilmoitettu.
- Pinta-alaa laskettaessa on millimetrimitat muutettava ennen pinta-alan laskemista siihen pituusyksikköön jonka neliönä pinta-alan tulos halutaan. Esimerkiksi jos mitat on annettu millimetreinä ja tulos halutaan neliömetreinä, niin millimetrimitat muutetaan ensin metreiksi ja tämän jälkeen pinta-ala lasketaan näistä metrimitoista.



MILLIMETREISTÄ METREIKSI

- 1 m = 1000 mm, joten millimetrimitta muutetaan metrimitaksi jakamalla se tuhannella.
- Esimerkkejä muunnoksista taulukossa 1.

mm	m
1000	1
1800	1,8
15200	15,2
110000	110
825	0,825
22,5	0,0225
2,2	0,0022



MITTAYKSIKÖISTÄ TOISIKSI

- Pituusyksikköjä cm ja dm käytetään yleisesti, vaikka niiden käyttöä tulisi pyrkiä välttämään.
- Seuraavassa yleisimpiä mittayksikköjä muunnettuna metreiksi.

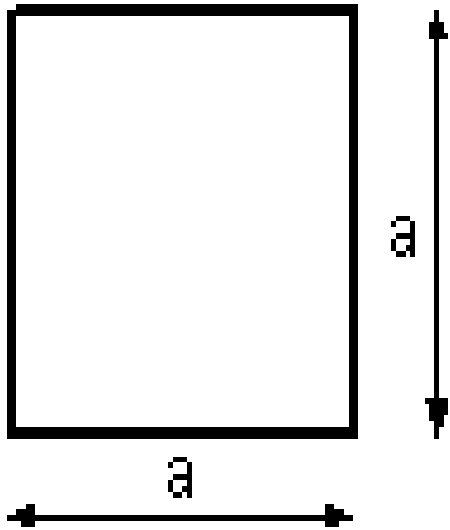
km	m	dm	cm	mm	µm
$18 \cdot 10^{-6}$	$0,18 \cdot 10^{-3}$	0,0018	0,018	0,18	180
$4,2 \cdot 10^{-3}$	0,0042	0,042	0,42	4,2	4200
$15 \cdot 10^{-3}$	0,015	0,15	1,5	15	1500
$0,2 \cdot 10^{-3}$	0,2	2	20	200	200000
0,0015	1,5	15	150	1500	$1,5 \cdot 10^6$
0,021	21	210	2100	21000	$21 \cdot 10^6$



NELIÖN PINTA-ALAN LASKEMINEN

- Neliössä kaikki sivut ovat saman mittaisia ja kulmat suoria.

Neliön pinta-ala lasketaan kaavalla:



$$A = a^2$$



NELIÖN PINTA-ALAN LASKEMINEN

- Esimerkki 2.

- Neliön sivun pituus on 3,2 metriä. Mikä on neliön pinta-ala?

$$A = (3,2m)^2 = 10,24m^2$$

- Esimerkki 3.

- Rakennuspiirustuksessa vaatehuone on neliön muotoinen ja sivujen mitta on 800. Mikä vaatehuoneen pinta-ala on yksikössä m^2 ?

$$A = (0,8m)^2 = 0,64m^2$$



NELIÖN PINTA-ALAN LASKEMINEN

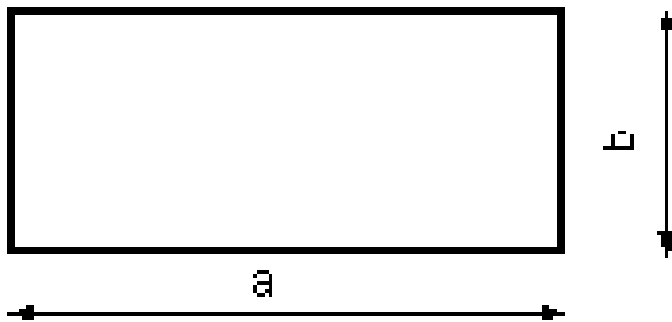
- Esimerkki 4.
- Neliönmuotoisen pihavaraston pinta-ala voi olla $9,9 \text{ m}^2$. Mikä on varaston sivujen pituus?

$$a = \sqrt{A} = \sqrt{9,9 \text{ m}^2} = 3,146 \text{ m}$$



SUORAKULMIION PINTA-ALAN LASKEMINEN

- Suorakulmiossa kulmat ovat suoria ja sivuparit keskenään samanmittaisia.
- Kuva suorakulmio



Suorakulman pinta-ala lasketaan kaavalla:

$$A = a \times b$$

Esimerkki 5.

Suorakulmaisen pihan mitat ovat 12500×28000 . Mikä on pihan pinta-ala?

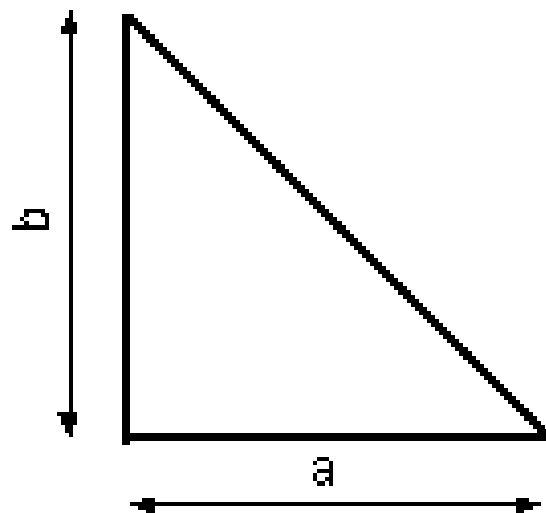
$$A = 12,5m \times 28m = 350m^2$$

SUORAKULMAISEN KOLMION PINTA-ALAN LASKEMINEN

- Suorakulmaisessa kolmiossa on suorasta kulmasta alkavat kateetit ja niiden toisia päitä yhdistävä hypotenuusa.
- Suorakulmaisen kolmion pinta-ala lasketaan kaavalla:

$$A = \frac{a \times b}{2}$$

Kuva 6. Kolmio



SUORAKULMAISEN KOLMION PINTA-ALAN LASKEMINEN

- Esimerkki 6.
- Suorakulmaisen kolmion sivujen pituudet ovat 1200 ja 800. mikä on kolmion pinta-ala?

$$A = \frac{1,2m \times 0,8m}{2} = 0,48m^2$$

- Esimerkki 7.
- Suorakulmaisen kolmion pinta-ala on 18 m^2 ja korkeus $1,5 \text{ m}$. Mikä on kolmion leveys?

$$A = \frac{a \times b}{2} \rightarrow b = \frac{2 \times A}{a}$$

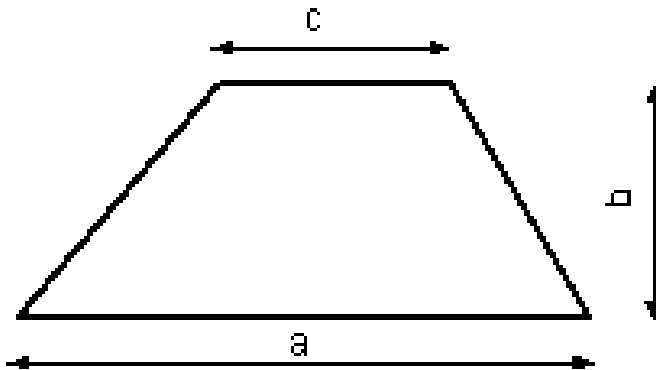
$$b = \frac{2 \times 18m^2}{1,5m} = 24m$$



SUUNNIKKAAN PINTA-ALAN LASKEMINEN

- Suunnikkaassa sivut a ja c ovat keskenään samansuuntaisia. Sivun b on sivujen a ja c etäisyys.

Suunnikas



- Suunnikkaan pinta-ala lasketaan kaavalla:

$$A = \frac{a + c}{2} \times b$$

Esimerkki 8.

Suunnikkaan sivujen pituudet ovat: $a=180$, $b=60$ ja $c=260$. Mikä on suunnikkaan pinta-ala?

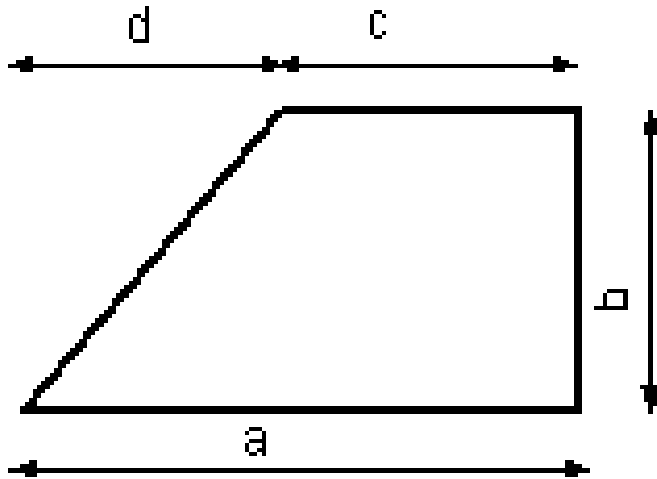
$$A = \frac{0,18m + 0,26m}{2} \times 0,06m =$$

$$0,0132m^2 = 1,32dm^2$$



PUOLISUUNNIKKAAN PINTA-ALAN LASKEMINEN

- Puolisuunnikkaassa sivut a ja c ovat samansuuntaisia. Sivun b on suorassa kulmassa sivuihin a ja c nähden.
- Puolisuunnikkaan pinta-ala voidaan laskea kaavalla:



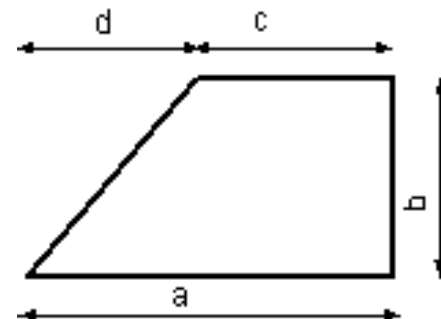
$$A = a \times b - \frac{b \times d}{2}$$

d :n pituus:

$$d = a - c$$

PUOLISUUNNIKKAAN PINTA-ALAN LASKEMINEN

- Esimerkki 9.
- Puolisuunnikkaan mitat ovat:
- $a=1500$; $b=800$; $c=1000$. Mikä on puolisuunnikkaan ala?



$$d = a - c = 1500 - 1000 = 500$$

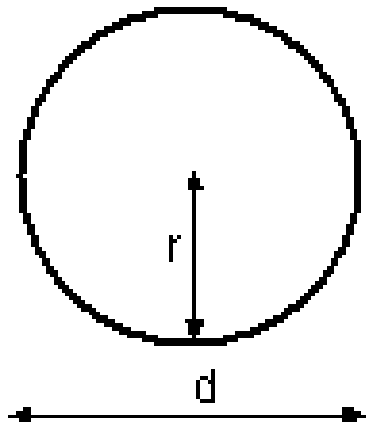
$$A = 1,5m \times 0,8m - \frac{0,8m \times 0,5m}{2} = 1m^2$$



YMPYRÄN ALA

- Ympyrän pinta-ala voidaan laskea joko ympyrän halkaisijan tai säteen avulla. Ympyrän säde (r) on $\frac{1}{2}$ ympyrän halkaisijasta (d).

- Kuva: Ympyrä



$$d = 2 \times r$$

$$A = \pi \times r^2$$

tai

$$A = \frac{\pi \times d^2}{4}$$

Esim. 10. Ympyrän halkaisija on 35 m^2 .
Mikä on sen pinta-ala?

$$A = \frac{\pi \times (35\text{m})^2}{4} = 962\text{m}^2$$

YMPYRÄN PIIRI

- Ympyrän piiri (P) on:

$$P = \pi \times d$$

- Esim. 11. Ympyrän ala on 120 m^2 . Mikä on sen halkaisija ja piiri?

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \rightarrow d^2 = \frac{4 \times A}{\pi} \rightarrow$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \times 120 \text{ m}^2}{\pi}} = 12.36 \text{ m}$$

$$P = \pi \times d = 38.83 \text{ m}$$

- Esim. 12. Ympyrän säde on 5 m .
Mikä on sen piiri?

$$P = 2 \times \pi \times r = 31.4 \text{ m}$$



PIIRI, SÄDE, HALKAISIJA JA ALA

- Esim. 12. Ympyrän piiri on 400m. Mikä on ympyrän pinta-ala, säde ja halkaisija?

$$P = \pi \times d \rightarrow d = \frac{P}{\pi}$$

$$d = \frac{400m}{\pi} = 127,32m$$

$$r = \frac{d}{2} = \frac{127,32m}{2} = 62,66m$$

$$A = \pi \times r^2 = \pi \times (62,66m)^2 = 12732m^2$$



PINTA-ALAYKSIKKÖJEN MUUNTAMINEN

- Pinta-alaa laskettaessa on laskun tulos annettava siinä yksikössä missä se halutaan.
- Jos yksikköä ei erikseen mainita annetaan vastaus neliömetreinä.
- Metallipinnoitustöissä käytetään usein yksikköä dm^2 . Muita käytetään hyvin harvoin.

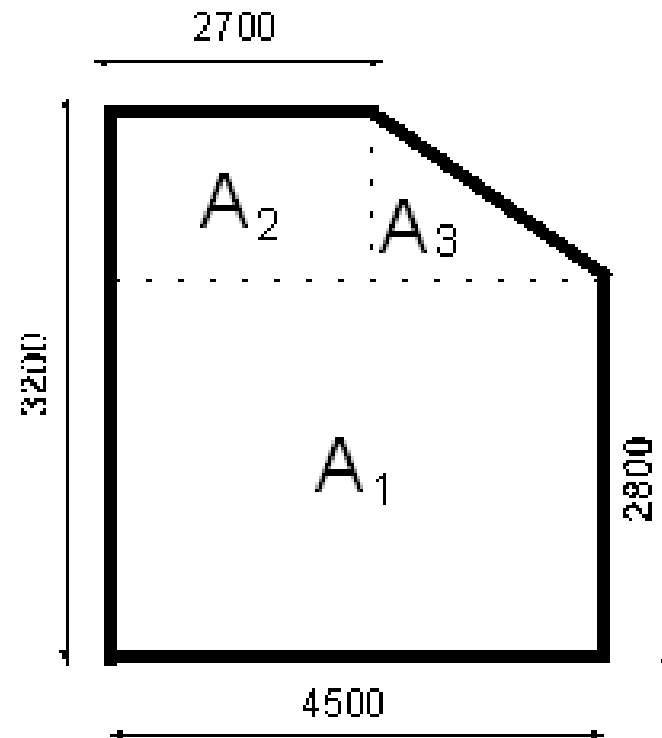
- Muunnettaessa pinta-alayksikköä pilkku siirtyy aina kahden numeron yli.

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
0,031	3,1	310	31×10^3
0,72	72	7200	720×10^3
1,2	120	12000	$1,2 \times 10^6$
45	4500	45×10^3	$4,5 \times 10^6$
607	60700	$6,07 \times 10^6$	$6,07 \times 10^9$



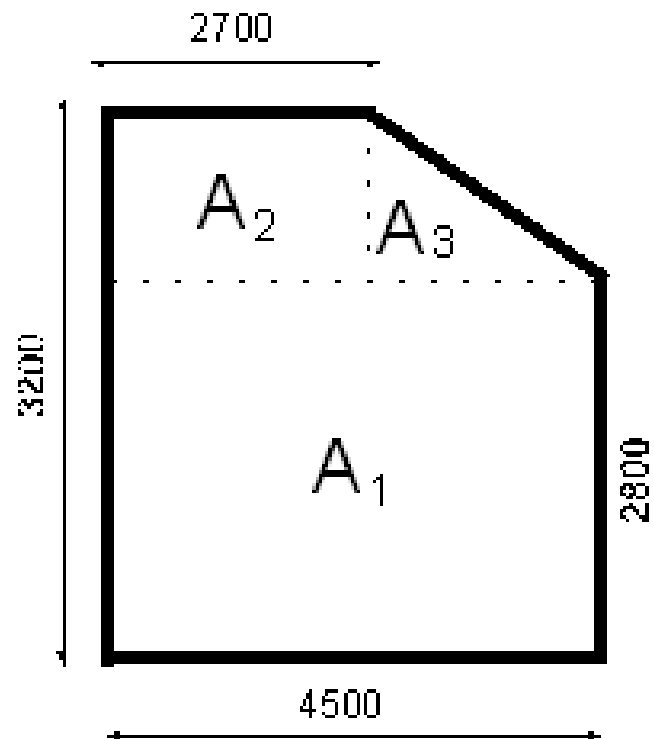
PINTA-ALAN JAKAMINEN

- Usein pinta-alaa ei voida laskea suoraan koska se voi muodostua useasta osasta tai sitten ulkomitoista pitää vähentää pinnan osia.
- Esim. 13. Pinta jaetaan osiin jotka voidaan laskea erikseen.



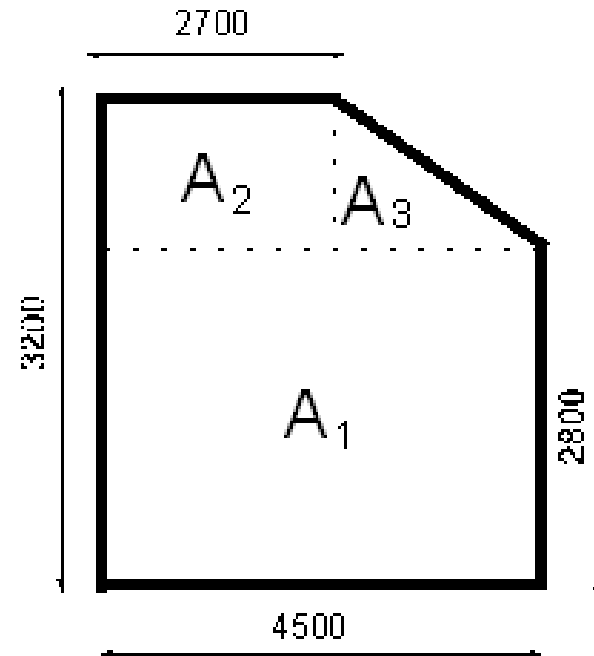
PINTA-ALAN JAKAMINEN

- Huoneen lattia jaetaan kolmeen osaan joiden pinta-alat voidaan laskea erikseen laskukaavojen avulla. Lopuksi osat summataan yhteen.
- Piirustukseen merkitään tarpeellinen määrä mittoja, mutta ei kaikkia. Annettujen mittojen avulla voidaan kuitenkin loput mitat laskea.



PINTA-ALAN JAKAMINEN

- Tässä tapauksessa A_1 voidaan laskea suoraan annetuista mitoista. A_2 ja A_3 :n laskemiseen sen sijaan tarvitaan sivujen mittojen omaa laskemista. A_2 :n pystysuoramitta on $3,2\text{m}-2,8\text{m}$. A_3 :n pystysuoramitta on $3,2\text{m}-2,8\text{m}$ ja vaakasuoramitta $4,5\text{m}-2,7\text{m}$.



PINTA-ALAN JAKAMINEN

- Lattian pinta-ala on:

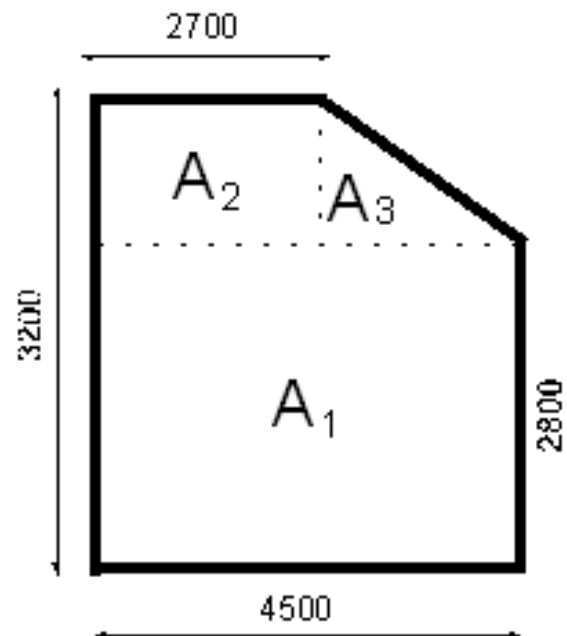
$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A_1 = 4,5m \times 2,8m = 12,6m^2$$

$$A_2 = 2,7m \times 0,4m = 1,08m^2$$

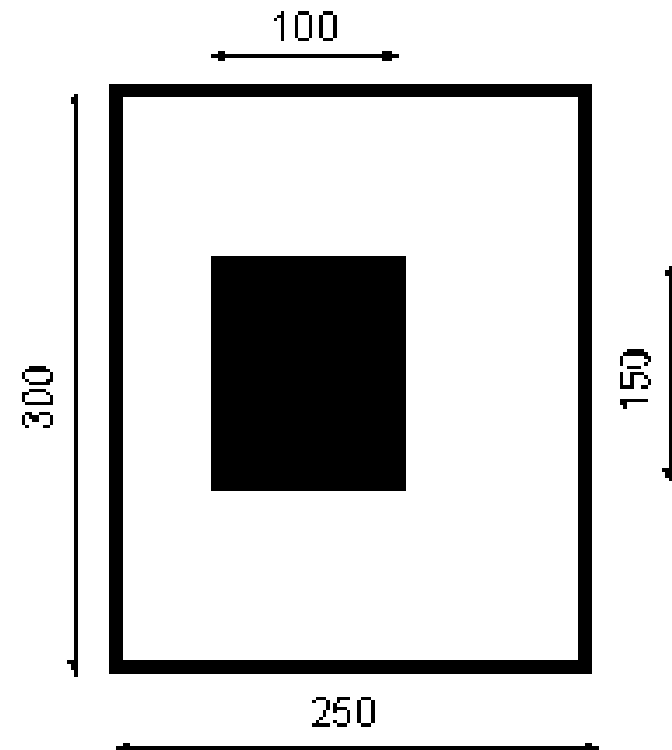
$$A_3 = 1,8m \times 0,4m : 2 = 0,36m^2$$

$$A = 12,6m^2 + 1,08m^2 + 0,36m^2 = 14,04m^2$$



OSIEN VÄHENTÄMINEN PINTA-ALASTA

- Maalattavassa tuotteessa voi olla reikiä joita ei maalata. Huoneiden seinissä voi olla ovia ja ikkunoita joita ei lasketa maalattavaan pinta-alaan. Tällöin on järkevää laskea ulkopinta-ala ja vähentää siitä pinnat joita ei maalata.
- Esim. 14. Laske kuvan levyn pinnoitettava pinta-ala. Musta osa on aukko pinnassa.



OSIEN VÄHENTÄMINEN PINTA-ALASTA

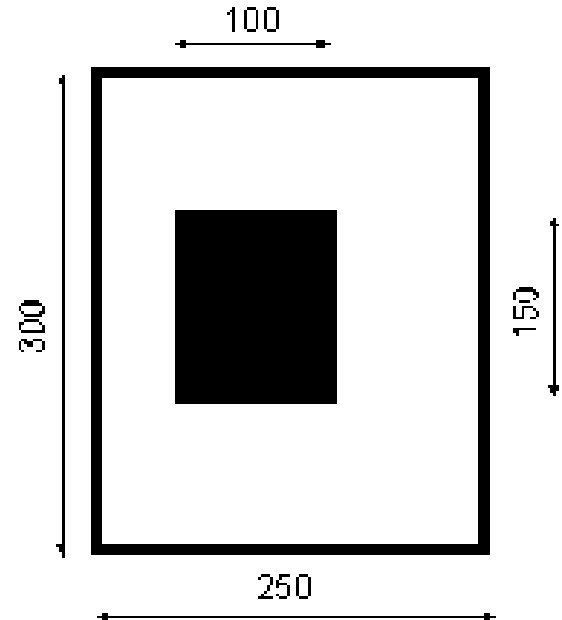
$$A = A_{ulkomitat} - A_{aukko}$$

$$A_{ulkomitat} = 0,3m \times 0,25m = 0,075m^2$$

$$A_{aukko} = 0,1m \times 0,15m = 0,015m^2$$

$$A = 0,075m^2 - 0,015m^2 = 0,06m^2 = 6dm^2$$

Edellisissä esimerkeissä laskettavat pinta-alat olivat yhdessä tasossa (tasogeometria).

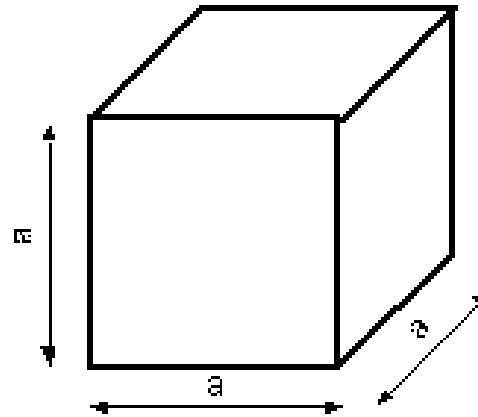


KOLMIULOTTEISET KAPPALEET

- Hyvin usein joudutaan laskemaan pinta-aloja kolmiulotteisista kappaleista. Näitä ovat mm. kuutio, suorakulmainen särmiö, ”kiila”, pyramidi, pallo, puolipallo ja lieriö.
- Pinta-aloja lasketaan usein myös ”profiileista” joita ovat mm. lauta, lista, putki ja erilaiset palkit.

KUUTION PINTA-ALA

Kuutiossa on kuusi pintaa jossa kaikki sivut ovat saman mittaisia:



Kuution sivujen yhteenlaskettu pinta-ala on:

$$A = 6 \times a^2$$



KUUTION PINTA-ALA

- Esimerkki 15. Laske kuution pinta-ala yksiköissä m^2 ja dm^2 kun sen sivun pituus on 600.

- Yksikössä m^2

$$A = 6 \times (0,6m)^2 = 2,16m^2$$

Yksikössä dm^2 :

$$A = 6 \times (6dm)^2 = 216dm^2$$

Esimerkki 16. Kuution pinta-ala on $1,215m^2$. Mikä on kuution sivun pituus?

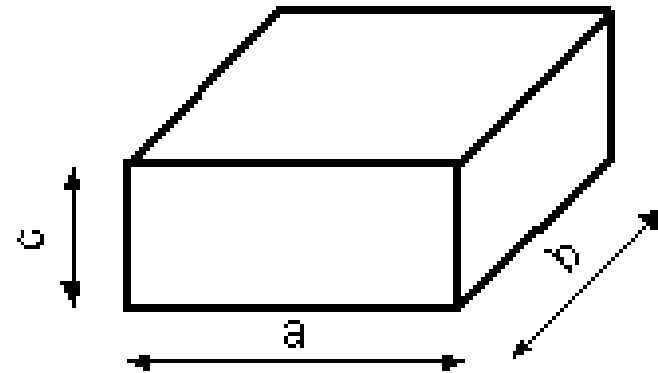
$$A_{kuutio} = 6 \times a^2 \rightarrow a = \sqrt{\frac{A_{kuutio}}{6}} = 0,45m$$



SUORAKULMAISEN SÄRMIÖN PINTA-ALA

- Suorakulmaisessa särmiössä on kolme keskenään identtistä sivuparia ja yhteensä 6 sivua.
- Suorakulmaisen särmiön sivujen yhteenlaskettu pinta-ala on.

Kuva. Suorakulmainen särmiö

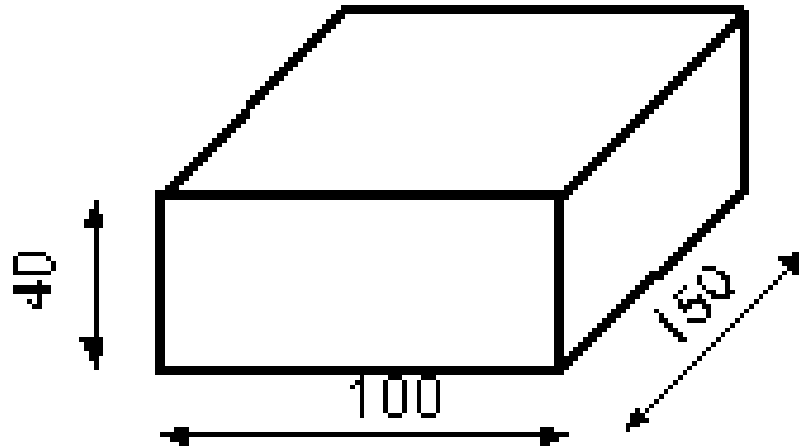


$$A = 2 \times (a \times b + a \times c + b \times c)$$



SUORAKULMAISEN SÄRMIÖN PINTA-ALA

- Esimerkki 16: Laske kuvan suorakulmaisen särmiön pinta-ala yksikössä dm^2 .

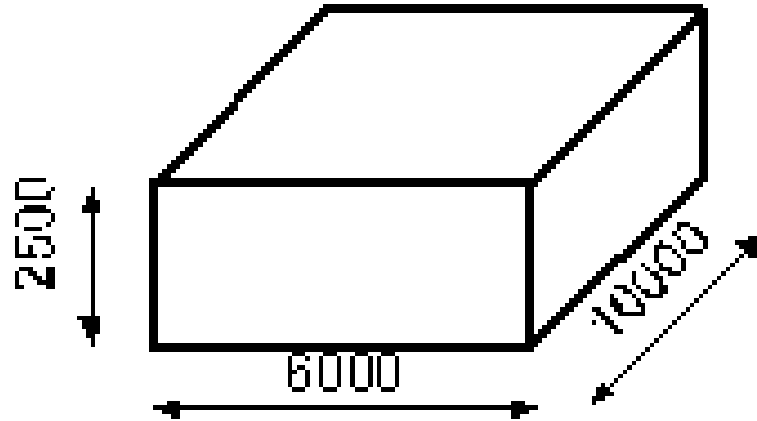


$$A = 2 \times (1\text{dm} \times 0,4\text{dm} + 1\text{dm} \times 1,5\text{dm} + 1,5\text{dm} \times 0,4\text{dm}) = 5\text{dm}^2$$



SUORAKULMAISEN SÄRMIÖN PINTA-ALA

- Esimerkki 17: Laske kuvan suorakulmaisen särmiön pinta-ala yksikössä m^2 .



$$A = 2 \times (6m \times 2,5m + 6m \times 10m + 2,5m \times 10m) = 200m^2$$

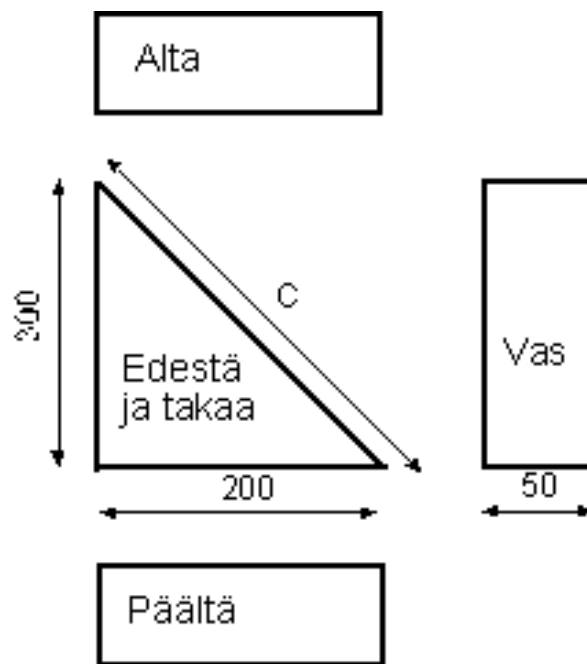


KOLMIOSÄRMIÖN PINTA-ALA

- ”Kiilalla” tarkoitetaan suorakulmaista särmiötä joka on puolitettu kahteen osaan niin, että sivusta katsottuna se näyttää kolmiolta. ”Kiilalla” on viisi pintaa, joista kolme on suorakulmion muotoisia ja kaksi kolmion muotoisia. Jos kolmion hypotenuusan mittaa ei ole annettu on se laskettava Pythagoraan - lauseen avulla, jotta yhden suorakulmio pinta saadaan laskettua.

Kahden muun suorakulmion ja kolmioiden pinta-alat saadaan laskettua suoraan.

Esimerkki 18. Laske kuvan kiilan sivujen kokonaispinta-ala yksikössä dm^2 .



KOLMIOSÄMIÖN PINTA-ALA

- Kiila on kuvattu piirustuksessa yhdensuuntaisprojektioina. Sivuja vasemmalta, päältä ja alta on kutakin vain yksi. Sivut edestä ja takaa ovat keskenään samanlaisia. Alat lasketaan erikseen

$$A_{\text{vasemmalta}} = 3\text{dm} \times 0,5\text{dm} = 1,5\text{dm}^2$$

$$A_{\text{alta}} = 2\text{dm} \times 0,5\text{dm} = 1\text{dm}^2$$

$$A_{\text{edestä+takaa}} = 2 \times \frac{2\text{dm} \times 3\text{dm}}{2} = 6\text{dm}^2$$

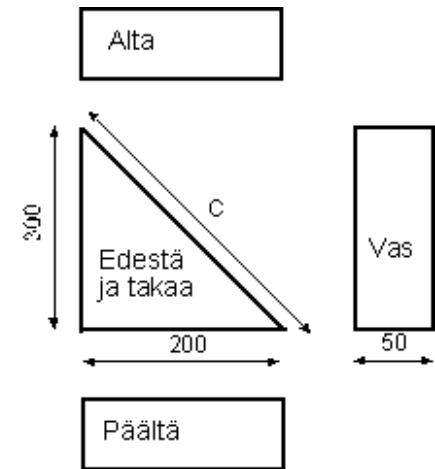
$A_{\text{päältä}}$ on hankalampi laskea, koska se on $c \times 0,5$ dm. Mittaa c ei ole annettu. Se voidaan laskea ainoastaan Pythagoraan lauseen avulla, joka on:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{(2\text{dm})^2 + (3\text{dm})^2} = \sqrt{13\text{dm}^2} = 3,6\text{dm}$$

$$A_{\text{päältä}} = 3,6\text{dm} \times 0,5\text{dm} = 1,8\text{dm}^2$$

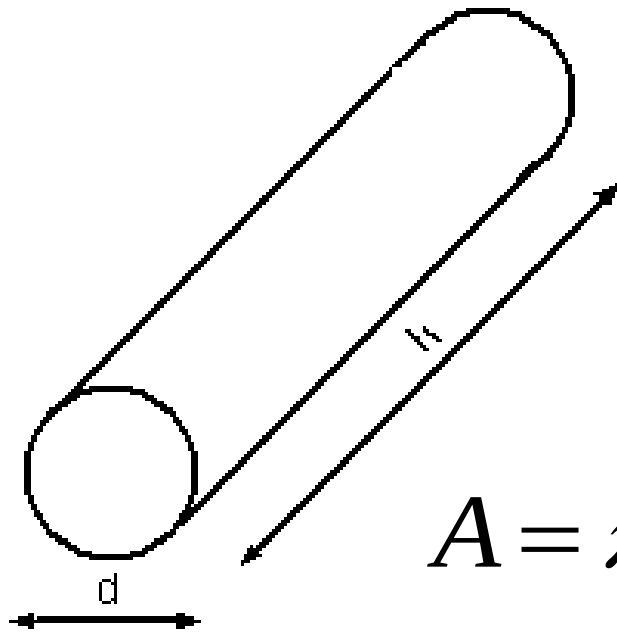
$$A_{\text{yhteensä}} = (1,5 + 1 + 6 + 1,8)\text{dm}^2 = 10,3\text{dm}^2$$



LIERIÖN PINTA-ALA

- Lieriön pituuden symbolina käytetään usein myös l :ää ja s :ää. Putken pinta-ala on sama kuin lieriön pinta-ala.

- Kuva: Lieriö



$$A = \pi \times d \times h$$

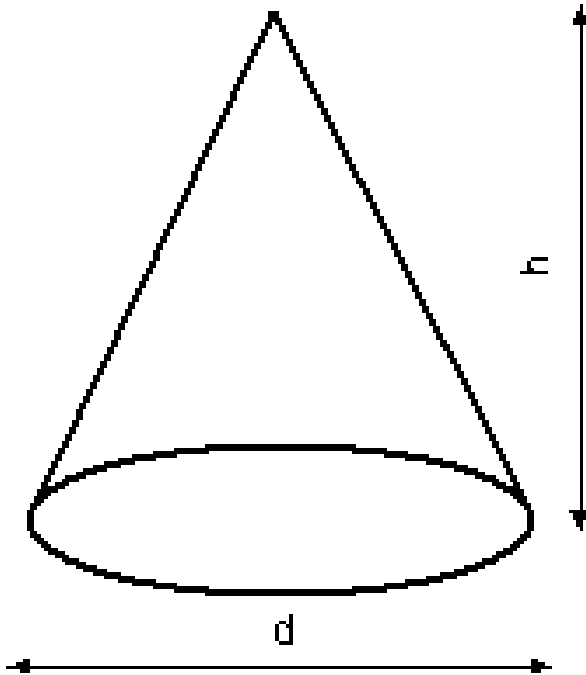
Esimerkki 19. Putken ulkohalkaisija on 150 ja pituus 12 metriä. Mikä on putken pinta-ala?

$$A = \pi \times 0,15m \times 12m = 5,65m^2$$



KARTION PINTA-ALA

- Kuva. Kartio



Kartiolla on vaippa ja pohja. Pohjan pinta-ala lasketaan ympyrän pinta-alana ($A = \pi \times r^2$).

Vaipan pinta-ala lasketaan kaavalla:

$$A = \pi \times r \times h$$

Esimerkki 20. Mikä on kartion vaipan pinta-ala kun sen halkaisija on 85 cm ja korkeus 1,15 m.

$$A = \pi \times 0,425m \times 1,15m = 1,54m^2$$



PALLON PINTA-ALA

Kuva: Pallo



Pallon pinta-ala
lasketaan kaavalla:

$$A = 4 \times \pi \times r^2$$

- Esimerkki 21. Mikä on pallon pinta-ala kun sen halkaisija on 1 m?

$$A = 4 \times \pi \times (0,5m)^2 = 3,14m^2$$

- Esimerkki 22. Mikä on pallon säde jos sen pinta-ala on 200 m²:ä?

$$A = 4 \times \pi \times r^2 \rightarrow$$

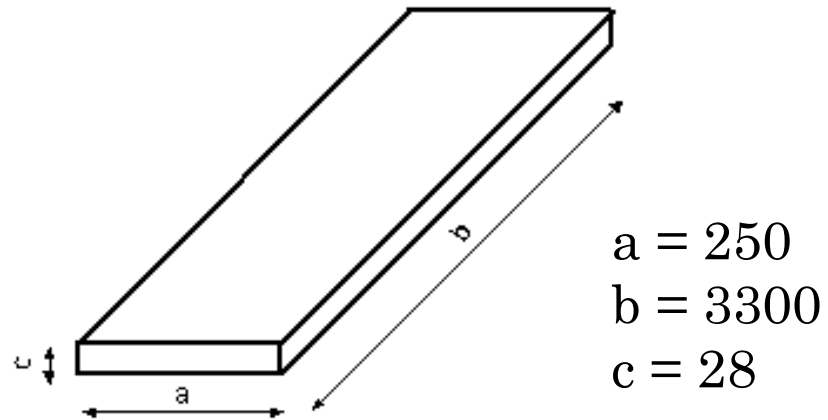
$$r = \sqrt{\frac{A}{4 \times \pi}} = \sqrt{\frac{200m^2}{4 \times \pi}} = 3,99m$$



PROFIILIEN PINTA-ALAT

- Profiilien pinta-ala lasketaan kertomalla niiden piiri profiilin pituudella. Usein piiri on annettu yksikössä mm ja pituus yksikössä m.
- Profiileilla on myös päät, joilla on oma pinta-alansa. Päiden pinta-ala on kuitenkin sivuihin nähden niin pieni ettei sitä tarvitse laskea ellei erikseen pyydetä.

Esimerkki 23. Kuvan lautoja on 25 kpl. Mikä on lautojen pinta-ala? Päitä ei tarvitse laskea.



$$P = 2 \times (0,25m + 0,028m) = 0,556m$$

$$A_{\text{lauta}} = 0,556m \times 3,3m = 1,8348m^2$$

$$A_{\text{kok}} = 25 \times 1,8348m^2 = 45,9m^2$$

PROFIILIEN PINTA-ALAT

- Esimerkki 24. Putken ulkohalkaisija on 14 mm ja pituus 12 m. Mikä on putken pinta-ala yksikössä dm²?

$$A = \pi \times 0,14dm \times 120dm = 52,8dm^2$$

Esimerkki 25. Putken pinta-ala on 10m² ja sen pituus on 50 metriä. Mikä on putken halkaisija?

$$A_{putki} = \pi \times d \times l \rightarrow$$

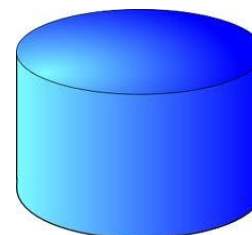
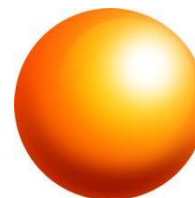
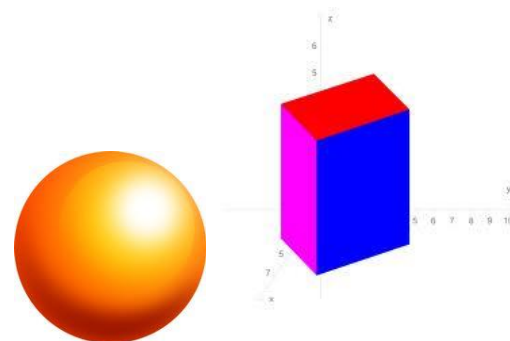
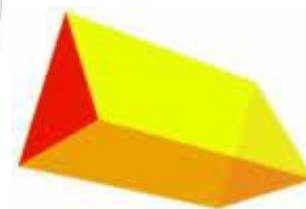
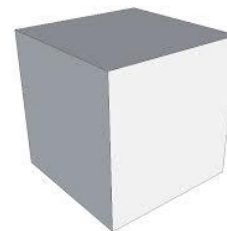
$$d = \frac{A_{putki}}{\pi \times l} = \frac{10m^2}{\pi \times 50m} = 63,7mm$$



TILAVUUSLASKENTA

- Esineet ovat aina kolmiulotteisia. Kolmiulotteisuudesta johtuen niillä on tilavuus.
- Yksinkertaisten muotoisten esineiden tilavuus voidaan laskea laskukaavojen avulla. Monimuotoisten tilavuutta ei voida suoraan laskea.
- Tilavuuden yksiköt ovat pituusmittoja kolmannessa potenssissa; esim. m^3 , dm^3 , cm^3 ja mm^3 .
- Tilavuusyksikköjä joudutaan usein muuntamaan. Muunnoksissa pilkku siirtyy aina 3 askelta. Esimerkiksi 300 dm^3 on $0,3 \text{ m}^3$ ja myös 300000 cm^3 .

Kolmiulotteisia muotoja



TILAVUUSLASKENTA

- Tilavuusmittojen muuntaminen

m^3	dm^3 (l)	cm^3 (ml)	mm^3 (μl)
2	2000	2000000	2000000000
0,0015	1,5	1500	1500000
0,0000049	0,0049	4,9	4900

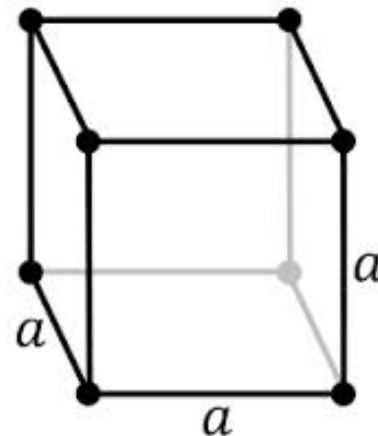
Yleisimmin käytettyjä yksiköitä ovat m^3 , l ja ml.



KUUTION TILAVUUS

- Kuution tilavuus on: $V = a^3$.
- Esimerkki 26. Kuution sivun pituus on 1300. Mikä on sen tilavuus yksikössä m^3 ?
- Vastaus: Pituusmitta muutetaan yksikköön metri, jolloin vastaus saadaan suoraan yksikössä m^3 .
- $V = (1,3m)^3 = 2,197m^3$

Esimerkki 27. Kuution tilavuus on 400 litraa. Mikä on kuution sivun pituus.



$$a = \sqrt[3]{400dm^3} = 7,37dm$$



SUORAKULMAISEN SÄRMIÖN TILAVUUS

- Suorakulmaisen särmiön tilavuus lasketaan kertomalla sivujen pituudet keskenään, eli

$$V = a \times b \times c$$

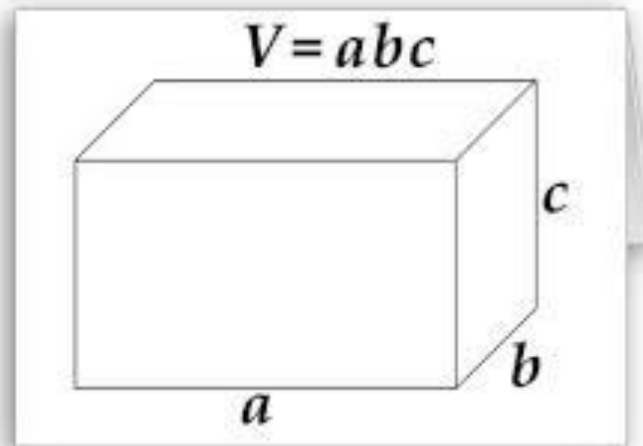
- Esimerkki 28. Laske kuvan suorakulmaisen särmiön tilavuus kun:

$$a = 1200$$

$$b = 600$$

$$c = 800$$

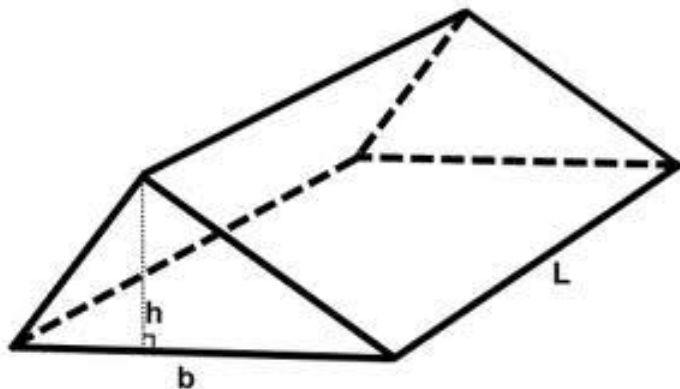
$$V = 1,2m \times 0,6m \times 0,8m = 0,576m^3$$



KOLMIOSÄRMIÖN TILAVUUS

- Kolmiosärmiön tilavuus lasketaan kaavalla:

$$V = \frac{L \times b \times h}{2}$$



Esimerkki 29. Kuvan kolmiosärmiön mitat ovat:

$$L = 20000$$

$$b = 8000$$

$$h = 4000$$

Mikä on sen tilavuus?

$$V = \frac{20m \times 8m \times 4m}{2} = 320m^3$$

LIERIÖN TILAVUUS

- Lieriön tilavuus lasketaan kaavalla

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

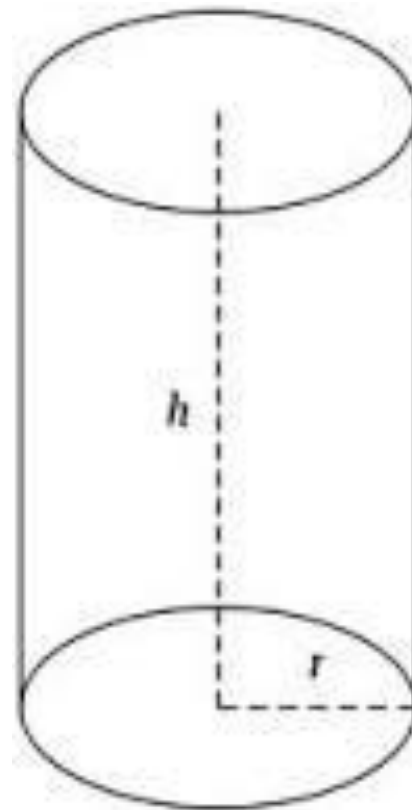
- Esimerkki 30. Lieriön korkeus on 800 ja halkaisija 400. Mikä on sen tilavuus yksikössä litra (dm³)?

$$r = 2dm;$$

$$h = 8dm$$

$$V = \pi \times (2dm)^2 \times 8dm =$$

$$100,5dm^3 \approx 100l$$



PALLON TILAVUUS

- Pallon tilavuus lasketaan kaavalla:

$$V_{pallo} = \frac{4 \times \pi \times r^2}{3}$$

tai

$$V_{pallo} = \frac{\pi \times d^2}{6}$$



Esimerkki 31. Pallon halkaisija on 50 mm. Mikä on sen tilavuus litroina?

$$V_{pallo} = \frac{\pi \times 0,5dm^3}{6} = 0,065dm^3$$

Esimerkki 32. Pallon tilavuus on 100 l. Mikä on sen halkaisija?

$$V_{pallo} = \frac{\pi \times d^3}{6} \rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{V \times 6}{\pi}}$$

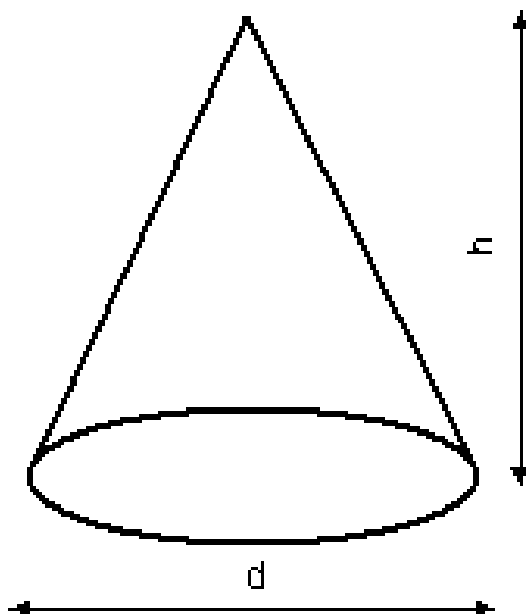
$$d = \sqrt[3]{\frac{100dm^3 \times 6}{\pi}} = 5,76dm = 576mm$$



KARTION TILAVUUS

- Kartion tilavuus saadaan laskukaavalla:

$$V_{\text{kartio}} = \frac{\pi \times d^3 \times h}{12}$$



- Esimerkki 33. Kartion korkeus on 800 ja halkaisija 600. mikä on sen tilavuus litroina?

$$V_{\text{kartio}} = \frac{\pi \times (6dm)^2 \times 8dm}{12} = 75,4dm$$

- Esimerkki 34. Kartion tilavuus on 10 litraa ja halkaisija 30 cm. Mikä on sen korkeus?

$$V_{\text{kartio}} = \frac{\pi \times d^2 \times h}{12} \rightarrow h = \frac{V \times 12}{\pi \times d^2}$$

$$h = \frac{10dm^3 \times 12}{\pi \times (3dm)^2} = 4,24dm = 424mm$$

PINNOTTEIDEN TILAVUUS

- Pinnassa olevan pinnoitteen tilavuus on sen peittämä pinta-ala kerrottuna pinnoitteen paksuudella.
- Esimerkki 35. Lattian pinta-ala on 8 m^2 . Lattian päälle levitetään 3 mm tasoitetta. Mikä on tasoitteen tilavuus litroina?
- Laskettaessa tasoitteiden kulutusta voidaan käyttää muistisääntöä.
- Kulutus (l) = $A \text{ (m}^2\text{)} \cdot \text{paksuus (mm)}$
- Esimerkki 36. Lattian ala on 12 m^2 ja sille levitetään tasoitetta $4,5 \text{ mm}$. Paljonko tasoitetta kuluu litroina?

$$V = 12\text{m}^2 \times 4,5\text{mm} = 54\text{l}$$

$$V = 8\text{m}^2 \times 0,003\text{m} = 0,024\text{m}^3 = 24\text{l}$$



MAALIKALVON TILAVUUS

- Pinnassa olevan maalikalvon tai metallipinnoitteen tilavuus on sen peittämä pinta-ala kerrottuna pinnoitteen paksuudella.

- Esimerkki 37. Teräslevyjen pinta-ala on 80 m^2 . Niiden päälle levitetään $30 \text{ }\mu\text{m}$ sinkkiä. Mikä on sinkin tilavuus litroina?

$$V = 80 \text{ m}^2 \times 0,00003 \text{ m} = 0,0024 \text{ m}^3$$

- Laskettaessa maalien ja metallipinnoitteiden kulutusta voidaan käyttää muistisääntöä.

Kulutus (l) =

$$A (\text{m}^2) \cdot \text{paksuus } (\mu\text{m}) / 1000$$

- Esimerkki 38. Lattian ala on 12 m^2 ja sille levitetään tasoitetta $150 \text{ }\mu\text{m}$ maalikerros. Paljonko maalia kuluu litroina?

$$V = \frac{12 \text{ m}^2 \times 120 \mu\text{m}}{1000} = 1,44 \text{ l}$$

